# Inhaltsverzeichnis

<table>
<thead>
<tr>
<th>Kapitel</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Vorwort</td>
</tr>
<tr>
<td>13</td>
</tr>
<tr>
<td>Teil I Mathematisches Grundwissen</td>
</tr>
<tr>
<td>Kapitel 1 Mengen und Aussagen</td>
</tr>
<tr>
<td>1.1 Grundbegriffe der Mengenlehre</td>
</tr>
<tr>
<td>1.2 Grundlegende Zahlbereiche</td>
</tr>
<tr>
<td>1.3 Verknüpfungen von Mengen</td>
</tr>
<tr>
<td>1.4 Aussagen und deren logische Verknüpfungen</td>
</tr>
<tr>
<td>1.5 Potenzmenge und kartesisches Produkt</td>
</tr>
<tr>
<td>1.6 Zur Bildung von mehrfachen Verknüpfungen</td>
</tr>
<tr>
<td>1.7 Verknüpfungen bei beliebigen Indexmengen</td>
</tr>
<tr>
<td>1.8 Exkurs</td>
</tr>
<tr>
<td>1.9 Übungsaufgaben</td>
</tr>
<tr>
<td>Kapitel 2 Grundwissen über Zahlen</td>
</tr>
<tr>
<td>2.1 Vollständige Induktion</td>
</tr>
<tr>
<td>2.2 Primfaktorzerlegung</td>
</tr>
<tr>
<td>2.3 Darstellungen ganzer Zahlen</td>
</tr>
<tr>
<td>2.4 Der Euklidische Algorithmus</td>
</tr>
<tr>
<td>2.5 Exkurs</td>
</tr>
<tr>
<td>2.6 Übungsaufgaben</td>
</tr>
<tr>
<td>Kapitel 3 Abbildungen, Äquivalenzen und Ordnungen</td>
</tr>
<tr>
<td>3.1 Grundlagen über Relationen</td>
</tr>
<tr>
<td>3.2 Der Abbildungsbegriff</td>
</tr>
<tr>
<td>3.3 Besonderheiten bei endlichen Mengen</td>
</tr>
<tr>
<td>3.4 Gleichmächtigkeit</td>
</tr>
<tr>
<td>3.5 Ordnungsrelationen</td>
</tr>
<tr>
<td>3.6 Äquivalenzrelationen</td>
</tr>
<tr>
<td>3.7 Exkurs</td>
</tr>
<tr>
<td>3.8 Übungsaufgaben</td>
</tr>
<tr>
<td>Kapitel 4 Grundlagen der Kombinatorik</td>
</tr>
<tr>
<td>4.1 Grundregeln des Zähls</td>
</tr>
<tr>
<td>4.2 Binomialkoeffizienten</td>
</tr>
<tr>
<td>4.3 Abbildungen auf endlichen Mengen</td>
</tr>
<tr>
<td>4.4 Grundlegendes über Permutationen</td>
</tr>
</tbody>
</table>
## INHALTSVERZEICHNIS

4.5 Die Siebformel .......................................................... 108
4.6 Aus der diskreten Wahrscheinlichkeits-rechnung .................. 114
4.7 Grundbegriffe der Codierungstheorie .............................. 126
4.8 Übungsaufgaben ..................................................... 135

## Teil II Aus Algebra und Zahlentheorie 143

### Kapitel 5 Algebraische Grundstrukturen 145
5.1 Monoide ................................................................. 146
5.2 Gruppen ................................................................. 149
5.3 Untergruppen ........................................................... 152
5.4 Gruppen-Homomorphismen .......................................... 155
5.5 Kongruenzrelationen und Faktorgruppen ......................... 158
5.6 Ringe und Körper ..................................................... 163
5.7 Ideale und Faktorringe ............................................... 167
5.8 Verbände und Boole’sche Algebren ............................... 172
5.9 Übungsaufgaben ..................................................... 175

### Kapitel 6 Restklassenringe und komplexe Zahlen 183
6.1 Rechnen modulo $n$ .................................................. 184
6.2 Das RSA-Public-Key-Cryptosystem ................................ 189
6.3 Prüfzeichencodierung ................................................. 194
6.4 Der Chinesische Restsatz ............................................ 196
6.5 Der Körper der komplexen Zahlen ................................ 201
6.6 Übungsaufgaben ..................................................... 205

### Kapitel 7 Vektoren und Matrizen 209
7.1 Vektorräume ............................................................. 210
7.2 Teilräume und deren Erzeugung .................................. 214
7.3 Lineare Abbildungen ................................................. 217
7.4 Matrixalgebren ......................................................... 219
7.5 Übungsaufgaben ..................................................... 224

### Kapitel 8 Lineare Gleichungssysteme 229
8.1 Die Struktur der Lösungsmenge .................................... 230
8.2 Die Lösungsmenge bei einer Gleichung ......................... 232
8.3 Elementare Zeilenumformungen .................................. 238
8.4 Treppenmatrizen und der Gauß-Algorithmus .................... 240
8.5 Die Lösungsmenge bei allgemeinen Problemen .................. 245
8.6 Invertierbare Matrizen .............................................. 250
8.7 Übungsaufgaben ..................................................... 255
Kapitel 9    Zur Theorie abstrakter Vektorräume    261
  9.1 Basen    ................................................................. 262
  9.2 Die Dimension eines Vektorraumes    .................................. 266
  9.3 Beschreibung linearer Abbildungen    .................................. 269
  9.4 Eigenwerte und Eigenvektoren    ....................................... 275
  9.5 Orthogonalraum und Hamming-Codes    .................................. 280
  9.6 Nicht endlich erzeugbare Vektorräume    ................................. 285
  9.7 Übungsaufgaben    ............................................................. 288

Kapitel 10   Polynome    295
  10.1 Polynomringe    ............................................................. 296
  10.2 Arithmetische Eigenschaften von Polynomen    ......................... 302
  10.3 Auswertung und Nullstellen    ........................................... 308
  10.4 Interpolation    ......................................................... 312
  10.5 Restklassenringe bei Polynomen    ..................................... 317
  10.6 Anwendungen in der linearen Algebra    ................................. 319
  10.7 Übungsaufgaben    ............................................................. 321

Kapitel 11   Rationale Funktionen und formale Potenzreihen    329
  11.1 Der Ring der formalen Potenzreihen    ................................ 330
  11.2 Der Körper der rationalen Funktionen    ................................ 332
  11.3 Partialbruchzerlegung    .................................................. 333
  11.4 Übungsaufgaben    ............................................................. 339

Teil III   Grundlagen der Analysis    341

Kapitel 12   Grundlagen über reelle Zahlen    343
  12.1 Angeordnete Körper    ..................................................... 344
  12.2 Archimedische und vollständige Körper    ................................ 350
  12.3 Wurzeln    ................................................................. 354
  12.4 Die reellen Zahlen als Dedekind-Schnitte    ............................ 356
  12.5 Absolutbetrag und Bewertungen    ...................................... 359
  12.6 Übungsaufgaben    ............................................................. 362

Kapitel 13   Folgen    365
  13.1 Häufungspunkte und Grenzwerte    ...................................... 366
  13.2 Die Grenzwertsätze    ..................................................... 371
  13.3 Beschränktheit, Monotonie und Konvergenz    ............................ 373
  13.4 Cauchy-Folgen    ............................................................. 381
  13.5 Landau-Symbole    ........................................................... 383
  13.6 Übungsaufgaben    ............................................................. 387
<table>
<thead>
<tr>
<th>Kapitel 14 Reihen</th>
<th>393</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>14.1 Konvergenzkriterien</td>
<td>394</td>
</tr>
<tr>
<td>14.2 Potenzreihen</td>
<td>402</td>
</tr>
<tr>
<td>14.3 Umordnungen von Reihen</td>
<td>407</td>
</tr>
<tr>
<td>14.4 Reihendarstellungen rationaler und reeller Zahlen</td>
<td>409</td>
</tr>
<tr>
<td>14.5 Übungsaufgaben</td>
<td>415</td>
</tr>
</tbody>
</table>

<table>
<thead>
<tr>
<th>Kapitel 15 Stetige Funktionen</th>
<th>421</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>15.1 Der Stetigkeitsbegriff</td>
<td>422</td>
</tr>
<tr>
<td>15.2 Eigenschaften stetiger Funktionen</td>
<td>429</td>
</tr>
<tr>
<td>15.3 Stetigkeit bei Funktionenfolgen und Potenzreihen</td>
<td>432</td>
</tr>
<tr>
<td>15.4 Exponential- und Logarithmusfunktionen</td>
<td>435</td>
</tr>
<tr>
<td>15.5 Trigonometrische Funktionen</td>
<td>442</td>
</tr>
<tr>
<td>15.6 Übungsaufgaben</td>
<td>447</td>
</tr>
</tbody>
</table>

<table>
<thead>
<tr>
<th>Kapitel 16 Differentialrechnung</th>
<th>451</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>16.1 Die Ableitung einer Funktion</td>
<td>452</td>
</tr>
<tr>
<td>16.2 Ableitungsregeln</td>
<td>456</td>
</tr>
<tr>
<td>16.3 Mittelwertsätze und Extrema</td>
<td>461</td>
</tr>
<tr>
<td>16.4 Approximation durch Taylor-Polynome</td>
<td>468</td>
</tr>
<tr>
<td>16.5 Zur iterativen Lösung von Gleichungen</td>
<td>473</td>
</tr>
<tr>
<td>16.6 Übungsaufgaben</td>
<td>477</td>
</tr>
</tbody>
</table>

<table>
<thead>
<tr>
<th>Kapitel 17 Integralrechnung</th>
<th>481</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>17.1 Integration von Treppenfunktionen</td>
<td>482</td>
</tr>
<tr>
<td>17.2 Riemann-integrierbare Funktionen</td>
<td>485</td>
</tr>
<tr>
<td>17.3 Integration als Umkehrung der Differentiation</td>
<td>488</td>
</tr>
<tr>
<td>17.4 Integrationsregeln</td>
<td>491</td>
</tr>
<tr>
<td>17.5 Uneigentliche Integrale</td>
<td>496</td>
</tr>
<tr>
<td>17.6 Integration bei Funktionenfolgen</td>
<td>499</td>
</tr>
<tr>
<td>17.7 Übungsaufgaben</td>
<td>504</td>
</tr>
</tbody>
</table>

<table>
<thead>
<tr>
<th>Literaturverzeichnis</th>
<th>509</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Symbolverzeichnis</td>
<td>511</td>
</tr>
<tr>
<td>Sachregister</td>
<td>517</td>
</tr>
</tbody>
</table>